1. Oblicz:

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}(3x^4+2x^3+1)=$

b) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4x^6+5x^5+2}{x^3+x-1}=$

c) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{3-2x}-\sqrt{4-2x}\right)=$

d) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{4-x}{(x+4)^8}=$

e) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{3x^2-11x-4}{x^2-3x-4}=$

f) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4x\sqrt{3x^2+19}}{3x^2+7}=$

g) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{3x^2+8}=$

h) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{3x-12}{(x^2-9)(x-2)^2}=$

i) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5x^{10}+2x}{-x^{10}+x^8+2x^4}=$

j) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}=$

k) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x^3-5x}{x^4+2x^3+3x^2+x}=$

l) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{4x-1}{x^2-9}=$

m) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2}{\sqrt{x}-\sqrt{x+3}}=$

n) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x(3x+2)(4-x)}{(2x-1)^2}=$

o) $\lim\limits_{x\to-3^+}\dfrac{x^3+2}{x^2+x-6}=$

p) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-3x^5-x^2+1\right)\left(5-x^3-2x\right)=$

r) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)=$

s) $\lim\limits_{x\to-1^-}\dfrac{x^2}{x^2-1}=$

t) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-2x+1}{x^2-1}=$

u) $\lim_{x\to+\infty} \frac{3x\sqrt{x^2+7}}{5x^2+13} =$

w) $\lim_{x\to 4} \frac{\sqrt{1+2x}-\sqrt{x+5}}{16-x^2} =$

2. Dla podanej funkcji f oblicz:

$\lim_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim_{x\to-\frac{1}{2}} f(x)$, $\lim_{x\to-\frac{1}{2}^-} f(x)$, $\lim_{x\to 3^-} f(x)$, $\lim_{x\to 3^+} f(x)$, $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

a) $f(x)=\frac{3x}{-2x^2+5x+3}$ b) $f(x)=\frac{x^2+3x-1}{-2x^2+5x+3}$ c) $f(x)=\frac{2x^3+x^2}{2x^2-5x-3}$

3. a) Dla funkcji $f(x)=\frac{9x^2+6x+1}{3x^2-2x-1}$ oblicz:

$\lim_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim_{x\to-\frac{1}{3}} f(x)$, $\lim_{x\to 0} f(x)$, $\lim_{x\to 1^-} f(x)$, $\lim_{x\to 1^+} f(x)$, $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

b) Dla funkcji $f(x)=\frac{12x-3x^3}{x^2+x-6}$ oblicz:

$\lim_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim_{x\to-3^-} f(x)$, $\lim_{x\to-3^+} f(x)$, $\lim_{x\to 0} f(x)$, $\lim_{x\to 2} f(x)$, $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

4. Oblicz $\lim_{x\to x_0^+}\left(f(x)+g(x)\right)$, $\lim_{x\to x_0^+}\left(f(x)\cdot g(x)\right)$, $\lim_{x\to x_0^+}\frac{f(x)}{g(x)}$, jeżeli:

a) $f(x)=\frac{3x}{2x+1}$, $g(x)=\frac{-4}{x-2}$, $x_0=2$.

b) $f(x)=\frac{x^2}{x+1}$, $g(x)=\frac{2-x}{x^2-x-2}$, $x_0=-1$.

c) $f(x)=\frac{2x-1}{4x^2+1}$, $g(x)=\frac{4}{1-2x}$, $x_0=\frac{1}{2}$

d) $f(x)=\frac{2x+1}{9-x^2}$, $g(x)=\frac{3x-x^2}{x^2-2x-3}$, $x_0=3$

5. Dla każdej z określonych niżej funkcji wyznacz obie granice jednostronne w punkcie x_0, zbadaj istnienie granicy (dwustronnej) w tym punkcie.

a) $f(x)=\begin{cases} x+1 & dla\ x\geq 0 \\ -x+1 & dla\ x<0 \end{cases}$, $x_0=0$

b) $f(x)=\begin{cases} x^2+1 & dla\ x\geq 0 \\ x+1 & dla\ x<0 \end{cases}$, $x_0=0$

c) $f(x)=\begin{cases} x^2+1 & dla\ x\geq 1 \\ -x^2-1 & dla\ x<1 \end{cases}$, $x_0=1$

d) $f(x)=\begin{cases} -\frac{1}{x^2} & dla\ x\leq 2 \\ x & dla\ x>2 \end{cases}$, $x_0=2$

e) $f(x)=\begin{cases} \frac{x^2}{|x|} & dla\ x\neq 0 \\ 0 & dla\ x=0 \end{cases}$, $x_0=0$

f) $f(x)=\begin{cases} 2x+5 & dla\ x\geq -1 \\ \frac{1}{x} & dla\ x<-1 \end{cases}$, $x_0=-1$